

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ



ФІЗИКО-МЕХАНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
ІМ. Г.В. КАРПЕНКА НАН УКРАЇНИ

V науково-технічна конференція

**ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ МЕТОДИ І  
СИСТЕМИ ПЕРЕТВОРЕННЯ  
ІНФОРМАЦІЇ**

4-5 жовтня 2018 року, Львів  
*Збірник праць*

**Львів-2018**

Вип. 5. Обчислювальні методи і системи перетворення інформації:  
зб. пр. V-ї наук.-техн. конф., Львів, 4-5 жовтня 2018 р./// Львів: ФМІ  
НАНУ, 2018. – 176 с.

## Програмний комітет

Назарчук З. Т. (голова) – академік НАН України, д. ф.-м. н., проф., ФМІ НАНУ, м. Львів;  
Воробель Р. А. (заступник голови) – д. т. н., проф., ФМІ НАНУ, м. Львів;  
Бомба А. Я. – д. т. н., проф., Рівненський державний гуманітарний університет,  
м. Рівне;  
Боюн В. П. – чл.-кор. НАН України, д.т.н., проф., ІК НАН України, м. Київ;  
Бунь Р. А. – д.т.н., проф., Національний університет “Львівська політехніка”, м. Львів;  
Вірченко Н. О. – д. ф.-м. н., проф., КПІ ім. Ігоря Сікорського, м. Київ;  
Войтович М. М. – д. ф.-м. н., проф., ІППММ НАН України, м. Львів;  
Дудикевич В. Б. – д. т. н., проф., Національний університет “Львівська політехніка”,  
м. Львів;  
Клименко В. П. – д. ф.-м. н., проф., ІПММС НАН України, м. Київ;  
Куриляк Д. Б. – д. ф.-м. н., ст. н. с., ФМІ НАНУ, м. Львів;  
Кушнір Р. М. – академік НАН України, д. ф.-м. н., проф., ІППММ НАН України, м. Львів;  
Литвин О. М. – д. ф.-м. н., проф., Українська інженерно-педагогічна академія,  
м. Харків;  
Малачівський П. С. – д. т. н., проф., ЦММ ІППММ НАН України, м. Львів;  
Матвійчук Я. М. – д. т. н., проф., Національний університет “Львівська політехніка”,  
м. Львів;  
Монціборович Б. Р. – к. ф.-м. н., доцент, ЦММ ІППММ НАН України, м. Львів;  
Панасюк В. В. – академік НАН України, д. т. н., проф., ФМІ НАНУ, м. Львів;  
П'янило Я. Д. – д. т. н., ст. н. с., ЦММ ІППММ НАН України, м. Львів;  
Савула Я. Г. – д. ф.-м. н., проф., Львівський національний університет імені Івана  
Франка, м. Львів;  
Сергієнко І. В. – академік НАН України, д. ф.-м. н., проф., ІК НАН України, м. Київ;  
Скальський В. Р. – чл.-кор. НАН України, д. т. н., проф., ФМІ НАНУ, м. Львів;  
Стадник Б. І. – д. т. н., проф., Національний університет “Львівська політехніка”,  
м. Львів;  
Цегелик Г. Г. – д. ф.-м. н., проф., Львівський національний університет імені Івана  
Франка, м. Львів;  
Яворський І. М. – д. ф.-м. н., проф., ФМІ НАНУ, м. Львів.

© Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка НАН України, 2018  
ISBN: 978-966-02-6536-3 (серія)  
ISBN: 978-966-02-8593-4 (вип. 5)  
Друкується за рішенням Вченої ради

---

## **ЗМІСТ**

### **ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ МЕТОДИ**

Литвин О. М., Литвин О. Г. Про один підхід до наближення розривних функцій з використанням проекцій і скінчених сум Фур'є ...	8
Денисюк В. П., Негоденко О. В. Побудова математичних моделей гладких процесів на базі тригонометричних сплайнів .....	12
Бігун Р. Р., Цегелик Г. Г. Апарат некласичних мінорант Ньютона функцій та його використання в чисельному аналізі.....	16
Мазуряк Н. В., Савула Я. Г. Числове розв'язування задач адвекції-дифузії у середовищі з тонким каналом різномасштабним методом скінчених елементів .....	19
Сачук Ю. В., Максимук О. В. Обчислення областей контакту для задач контактної взаємодії канонічних штампів із півплощиною з урахуванням зношування .....	24
Цегелик Г. Г., Краснюк Р. П. Математичне моделювання оптимального використання ресурсів розподілених інформаційних систем .....	26
Малачівський П. С., Монцібович Б. Р., Пізор Я. В., Хапко О. Б. Наближення характеристики намагнічування сталі сумою лінійного виразу й функції арктангенсу.....	30
Малачівський П. С., Пізор Я. В., Малачівський Р. П. Обчислення чебишовського наближення функцій багатьох змінних.....	35

### **МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ СИГНАЛІВ ТА СИСТЕМ**

Поліщук О. Д. Про моделі складних мережевих систем .....	39
Поліщук О. Д. Ядра та потокові серцевини мультиплекс-систем ..	44
Сікора Л. С., Лиса Н. К., Марцишин Р. С., Міюшкович Ю. Г., Ткачук Р. Л. Когнітивна модель сприйняття оператором параметричної ситуації в процесі діалогу з АСУ .....	49
Янчук П. С. Про машинні методи моделювання нестискуваних в'язких течій.....	53
Матвійчук Я. М. Застосування принципу редукції до ідентифікації математичних моделей різної складності .....	57

Журавчак Л. М., Струк А. Є. Математичне моделювання зміни пластового тиску у кусково-однорідному пласті непрямим методом приграниціх елементів .....	70
Бомба А.Я., Мороз І.П. Математичне моделювання згасання електромагнітних хвиль в області просторового заряду напівпровідників з урахуванням зворотного впливу.....	75
Чекурін В.Ф., Химко О.М. Прямі й обернені задачі динаміки газу в довгому трубопроводі .....	81
Густі М.І. Імітаційне моделювання можливих підходів до обчислення референтних емісій лісового господарства у країнах ЄС.....	84
Дзерин О. Ю., Яворський І. М., Юзефович Р. М. Аналіз дискретних МНК-оцінок біперіодично нестационарних випадкових вібраційних сигналів .....	88
Яворський І. М., Юзефович Р. М., Курапов П. Властивості аналітичного сигналу періодично нестационарних випадкових процесів.....	91
Драган Я. П., Сікора Л. С., Грицюк Ю. І. Класичні поризми і структура апарату лінійної теорії.....	93

### **ОБРОБКА ВИМІРЮВАЛЬНОЇ ІНФОРМАЦІЇ**

Чорногор Л. Ф., Лящук О. І., Шевелев М. Б. Параметри інфразвукових сигналів в атмосфері, згенерованих протягом техногенної катастрофи поблизу м. Вінниця: результати обробки даних української мережі мікробарографів .....	99
Альохіна О. В., Івантишин О. Л., Кошовий В. В., Русин Б. П. Моделювання динаміки довготривалих геліообумовлених змін водності замкнутих озерних екосистем (на прикладі озера Світязь) .....	104
Єременко В. С., Мокійчук В. М., Редько О. О. Застосування перетворення Джонсона в опрацюванні результатів неруйнівного контролю .....	109

### **МАТЕМАТИЧНЕ ТА ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ**

Дмитришин Р. В. Ідентифікація простих чисел на основі рівноважних мультимножин.....	114
Чапля Є. Я., Чернуха О. Ю., Білушак Ю. І. Метод функцій Гріна для розв'язування країових задач гетеродифузії двома шляхами.....	119

## **ОМІСПІ – 2018**

---

Міщук О. С. Нелінійне розширення входів нейронної структури моделі послідовних геометричних перетворень ..... 126

Тютюнник М. І. Проблема оптимізації обчислень під час дослідження складних систем ..... 130

Досин Д. Г., Висоцька В. А., Литвин В. В. Побудова системи підтримки прийняття рішень на базі адаптивної онтології ..... 135

### **ОБРОБКА ЗОБРАЖЕНЬ ТА РОЗПІЗНАВАННЯ ОБРАЗІВ**

Melnyk R., Kalychak Y. Cloudiness monitoring in Ukraine by intensity segmentation of satellite map images ..... 139

Шпортько О. В., Шпортько В. О. Застосування різницевих колірних моделей для стиснення зображень в модифікованому графічному форматі JPEG ..... 144

Колесніков В. О. Застосування методів комп'ютерного зору для розпізнавання продуктів різання та зношування ..... 147

Луцків М. М. Застосування нечітких множин для описання тону зображення ..... 152

Сідікі О. С. Моделювання тонопередачі растрової шкали флексографічною друкарською системою ..... 156

Івасенко І. Б. Метод сегментації іржі на захисних покриттях на основі колірної моделі HSV ..... 159

Воробель Р. А. Метод синтезу трикутних норм з подвійним функціональним перетворенням ..... 164

Мандзій Т. С. Сегментація кородованих зон об'єктів інфраструктури за їх зображеннями ..... 167

**АЛФАВІТНИЙ ПОКАЖЧИК..... 172**

**МЕТОД ФУНКЦІЙ ГРІНА ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ КРАЙОВИХ  
ЗАДАЧ ГЕТЕРОДИФУЗІЇ ДВОМА ШЛЯХАМИ**

Чапля Є.Я.<sup>1,3</sup>, Чернуха О.Ю.<sup>1,2</sup>, Білущак Ю.І.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Центр математичного моделювання

ІППММ ім. Я.С. Підстригача НАН України;

<sup>2</sup> Національний університет «Львівська політехніка»;

<sup>3</sup> Університет Казиміра Великого у Бидгощі, Польща

The definition of the matrix Green function of heterodiffusion problem in two ways is proposed and the behaviour of matrix elements is investigated. On this basis the solutions of initial-boundary value problems under action of internal point source of mass are found and studied.

Запропоновано означення матричної функції Гріна задач гетеродифузії двома шляхами та досліджено поведінку елементів матриці. На цій основі знайдено та вивчено розв'язки задач гетеродиффузії домішкової речовини за дії внутрішнього точкового джерела маси.

Одним з класичних методів розв'язування краївих задач математичної фізики, які широко застосовуються на практиці, є метод функцій Гріна [1-3]. Отримання такого типу розв'язків краївих задач базується на третій формулі Гріна [4]. Функції Гріна використовуються для побудови розв'язків неоднорідних задач математичної фізики, представляють інтерес для знаходження розв'язків краївих задач переносу в тілах з мікроструктурою, особливо за наявності внутрішніх джерел. Також функції Гріна широко використовуються при застосуванні теорії розсіяння у фізиці твердого тіла (рентгенографія, розрахунки електронних спектрів металічних матеріалів) [2, 3].

**Функції Гріна задач дифузії двома шляхами.** Нехай вектор-функція  $\mathbf{c}(z,t) = \begin{pmatrix} c_1(z,t) \\ c_2(z,t) \end{pmatrix}$  є такою, що її елементи  $c_i(z,t)$ ,  $i = 1, 2$ , є неперервними за змінними  $z$ ,  $t$  в області  $R = \{(z,t) : z \in [0; z_0], t \in \mathbb{R}_+\}$ ; задовільняють умову Ліпшиця за змінною  $z$  в області  $R$  з константою  $L$ .

Сформулюємо країову задачу гетеродифузії двома шляхами у матричному вигляді

$$\mathbf{L}[\mathbf{c}(z,t)] = \mathbf{F}(z,t), \quad (1)$$

де  $\mathbf{L} = \begin{pmatrix} L_1^c(z, t) & L_1^c(z, t) \\ L_2^c(z, t) & L_2^c(z, t) \end{pmatrix}$  - матричний диференціальний оператор, в

$$\text{якому } L_1^c(z, t) = \frac{\partial}{\partial \tau} - \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + a_{11}, \quad L_1^c(z, t) = -d_1 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} - a_{12},$$

$$L_2^c(z, t) = -d_2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} - a_{21}, \quad L_2^c(z, t) = \frac{\partial}{\partial \tau} - d \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + a_{22},$$

$\mathbf{F}(z, t) = \begin{pmatrix} F_1(z, t) \\ F_2(z, t) \end{pmatrix}$  - вектор-функція джерел, де

$$F_i(z, t) \in L_2 \vee F_i \in D(\mathfrak{R}^2) \vee F_i \in \langle \Omega, \sigma, P \rangle.$$

Розглянемо крайові умови першого роду:

$$\mathbf{c}(z, t)|_{t=0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{c}(z, t)|_{z=0} = \mathbf{c}_0 = \begin{pmatrix} c_0^{(1)} \\ c_0^{(2)} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{c}(z, t)|_{z=z_0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

де  $c_0^{(i)} \in L_2$ .

Якщо  $|\mathbf{c}(z, t) - \mathbf{c}_0(z, t)| \leq b$  для  $\forall t \in \mathfrak{R}_+$ ,  $z \in [0, z_0]$  ( $b$  - додатна константа), тоді існує єдиний класичний розв'язок задачі (1), (2).

**Означення:** Функцією Гріна краєвої задачі (1), (2) називається матрична функція

$$\mathbf{G}(z, z'; t, t') = \begin{pmatrix} G_1(z, z'; t, t') & 0 \\ 0 & G_2(z, z'; t, t') \end{pmatrix},$$

яка визначена в чотиривимірній області  $K = K_1 \times K_2 = \{(z, z'; t, t') | z, z' \in [0, z_0]; t, t' \in \mathfrak{R}_+ : t' < t\}$  і задовольняє такі умови: в  $K$  матрична функція  $\mathbf{G}(z, z'; t, t')$  є неперервною і має неперервні похідні за змінною  $t$ ; для довільних  $z' \in [0, z_0]$ ,  $t' \in \mathfrak{R}_+$  має неперервні похідні першого і другого порядку за змінною  $z$  в кожному з інтервалів  $[0, z']$  і  $(z', z_0]$ , причому похідна першого порядку  $z = z'$  має стрибок, що дорівнює одиниці:

$$\frac{\partial}{\partial z} \mathbf{G}(z + 0, z'; t, t') - \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{G}(z - 0, z'; t, t') = 1;$$

$G(z, z'; t, t') = 0$  при  $t \leq t'$ ; в кожному з інтервалів  $[0, z']$  і  $(z', z_0]$  для  $t' \leq t$  функція  $G(z, z'; t, t')$ , як функція змінної  $z$  є розв'язком однорідного рівняння

$$L[G(z, z'; t, t')] = 0;$$

$G(z, z'; t, t')$  як функція змінних  $z$ ,  $t$  задовольняє нульові країові умови типу (2). Функцію Гріна  $G(z, z'; t, t')$  знаходимо з допомогою інтегральних перетворень та теорії узагальнених функцій країової задачі з точковим джерелом, сформульованої для елементів матриці.

Числовий аналіз проведено для базових значень параметрів задачі  $d = 0.1$ ,  $d_0 = 1$ ;  $d_1 = d_2 = 0$ ,  $a_{11} = 4$ ,  $a_{12} = 1$ ,  $a_{21} = 2.2$ ,  $a_{22} = 2.6$ . На рис.1 і 2 проілюстровано характерні поверхні, які утворюють функції Гріна  $G_1$  та  $G_2$  в точці дії точкового джерела  $(\xi'; \tau') = (5; 0.01)$  та їхню 2D-проекцію. Вздовж осі абсцис відкладена просторова координата  $z'$ , вздовж осі ординат – часова  $t'$ , вздовж аплікати – значення функцій  $G_i(t, t'; z, z')$ .

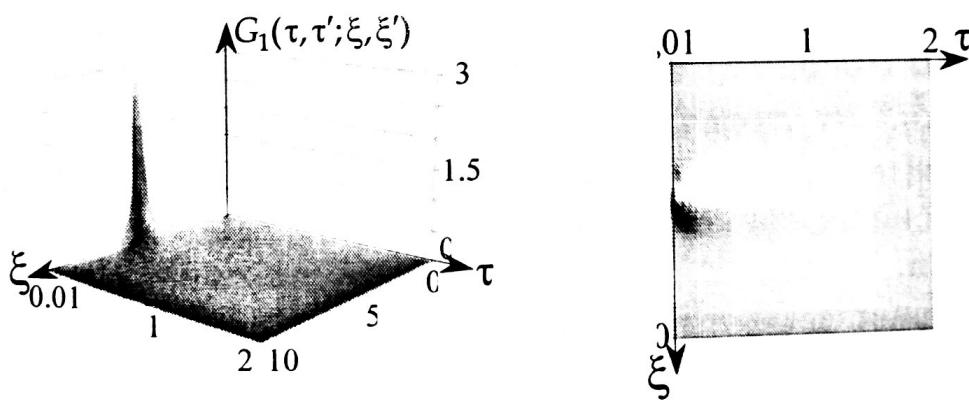


Рис. 1. Функція Гріна  $G_1(\tau, \tau'; \xi, \xi')$  в точці  $(\xi'; \tau') = (5; 0.01)$

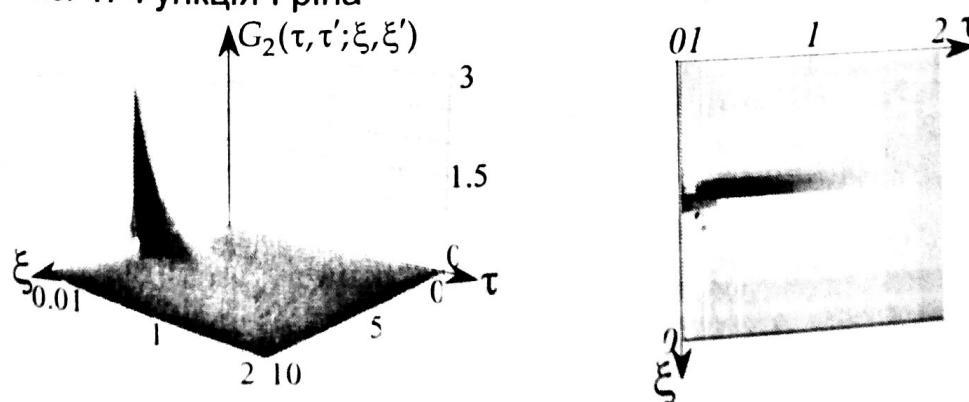


Рис. 2. Функція Гріна  $G_2(\tau, \tau'; \xi, \xi')$  в точці  $(\xi'; \tau') = (5; 0.01)$

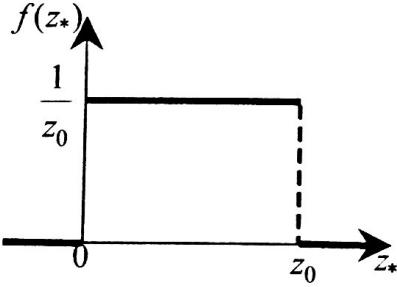
Поверхні, які утворюють функції Гріна, мають характерний гострий пік в околі точки  $(\xi, \tau) = (\xi', \tau')$  (рис. 1, 2). При цьому для тих самих значень коефіцієнтів задачі в околі границі шару  $\xi = 0$  значення функції  $G_2$  в рази більші ніж  $G_1$ , наприклад,

$$\max_{\xi, \tau \in K'} G_2 / \max_{\xi, \tau \in K'} G_1 \Big|_{(\xi', \tau') = (1; 0.01)} = 2.14, \text{ а в околі границі } \xi = \xi_0 \text{ різниця}$$

сягає 30%:  $\max_{\xi, \tau \in K'} G_2 / \max_{\xi, \tau \in K'} G_1 \Big|_{(\xi', \tau') = (8; 0.01)} = 1.29$ , що пояснюється значно більшим коефіцієнтом сорбції  $a_{11}$ , ніж інші «сорбційні» коефіцієнти. Зауважимо, що при зсуві координати джерела  $\xi'$  до середини шару суттєво збільшуються значення  $G_1$  і  $G_2^{(i)}$ , а поверхні стають більш пологими. При цьому для функції  $G_1$  пологіше спадання спостерігається біля границі тіла  $\xi = 0$ , тоді як для функції  $G_2$  – в околі границі  $\xi = \xi_0$ .

**Задача гетеродифузії домішки двома шляхами в шарі при дії випадкового точкового джерела маси з рівномірним розподілом на проміжку  $(0; z_0)$ .** Застосуємо введену функцію Гріна до розв'язування задач гетеродифузії домішкової речовини у шарі за дії випадкового внутрішнього точкового джерела маси.

Нехай задано рівномірний розподіл координати розташування джерела  $z_*$  (випадкової величини) на проміжку  $(0; z_0)$  (рис. 3):



$$f(z_*) = \begin{cases} \frac{1}{z_0}, & z_* \in (0; z_0), \\ 0, & z_* \notin (0; z_0). \end{cases}$$

Рис. 3. Графік розподілу

Процес гетеродифузії у структурі, що на рис. 4 описується системою рівнянь [5]

$$\begin{aligned} \frac{\partial c_1}{\partial t} - \frac{\partial^2 c_1}{\partial z^2} - d_1 \frac{\partial^2 c_2}{\partial z^2} + a_{11}c_1 - a_{12}c_2 &= \alpha \delta(z - z_*) , \\ \frac{\partial c_2}{\partial t} - d_2 \frac{\partial^2 c_1}{\partial z^2} - d \frac{\partial^2 c_2}{\partial z^2} - a_{21}c_1 + a_{22}c_2 &= (1 - \alpha) \delta(z - z_*) , \end{aligned} \quad (6)$$

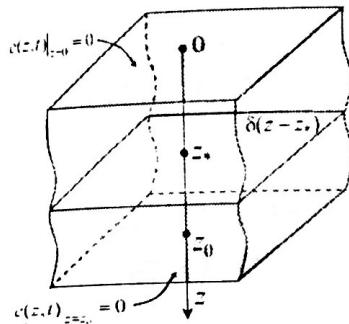


Рис. 4. Шарувата структура

з крайовими умовами

$$c_1(z, t) \Big|_{t=0} = c_2(z, t) \Big|_{t=0} = 0 , \quad (7)$$

$$c_1(z, t) \Big|_{z=0} = 0 , \quad c_2(z, t) \Big|_{z=0} = 0 , \quad (8)$$

$$c_1(z, t) \Big|_{z=z_0} = c_2(z, t) \Big|_{z=z_0} = 0 . \quad (9)$$

Розв'язок задачі (6)-(9) шукаємо за допомогою функції Гріна  $G(z, z'; t, t')$  і отриманий вираз усереднюємо за координатою  $z_*$  з рівномірною функцією розподілу на відрізку  $(0; z_0)$ . Тоді отримаємо

$$\langle c_1(z, t) \rangle_{z_*} = \alpha \frac{2}{z_0^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin y_n z}{y_n} B_n \left( \frac{A_1}{\eta_2} + \frac{1}{s_1 - s_2} \left[ \left( 1 + \frac{A_1}{s_1} \right) e^{s_1 t} - \left( 1 + \frac{A_1}{s_2} \right) e^{s_2 t} \right] \right);$$

$$\langle c_2(z, t) \rangle_{z_*} = (1 - \alpha) \frac{2}{z_0^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin y_n z}{y_n} B_n \left( \frac{A_2}{\eta_2} + \frac{1}{s_1 - s_2} \left[ \left( 1 + \frac{A_2}{s_1} \right) e^{s_1 t} - \left( 1 + \frac{A_2}{s_2} \right) e^{s_2 t} \right] \right),$$

де  $B_n = 1 - (-1)^n$ .

**Задача гетеродифузії домішки в шарі при дії випадкового точкового джерела маси за трикутного розподілу на проміжку  $(0; z_0)$ .** Нехай координата розташування точкового джерела маси  $z_*$  є випадковою величиною з трикутним розподілом на проміжку  $(0; z_0)$  (рис. 5):

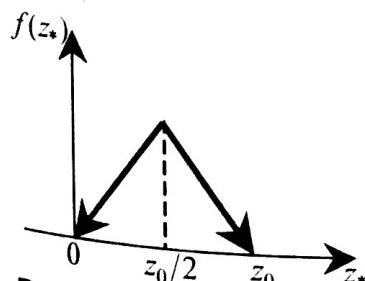


Рис.5. Графік трикутного розподілу

$$f(z_*) = \begin{cases} \frac{2}{z_0} - \frac{2|z_0 - 2z_*|}{z_0^2}, & z_* \in (0; z_0), \\ 0, & z_* \notin (0; z_0). \end{cases}$$

Розв'язок задачі (6)-(9) усереднюємо за координатою джерела маси  $z_*$ . Тоді одержимо

$$\begin{aligned}\langle c_1(z,t) \rangle_{z_*} &= \alpha \frac{2}{z_0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin y_n z}{y_n} B_n \left( \frac{A_1}{\eta_2} + \frac{1}{s_1 - s_2} \left[ \left( 1 + \frac{A_1}{s_1} \right) e^{s_1 t} - \left( 1 + \frac{A_1}{s_2} \right) e^{s_2 t} \right] \right); \\ \langle \bar{c}_2(z,t) \rangle_{z_*} &= (1 - \alpha) \frac{2}{z_0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin y_n z}{y_n} B_n \left( \frac{A_2}{\eta_2} + \frac{1}{s_1 - s_2} \left[ \left( 1 + \frac{A_2}{s_1} \right) e^{s_1 t} - \left( 1 + \frac{A_2}{s_2} \right) e^{s_2 t} \right] \right).\end{aligned}$$

Тут  $B_n = 1 + 2(-1)^n$ .

**Числовий аналіз задач гетеродифузії з випадкових точкових джерел** Базові значення коефіцієнтів задачі  $d = 0.1$ ,  $d_0 = 1$ ;  $d_1 = d_2 = 0$ ,  $a_{11} = a_{21} = 4$ ,  $a_{12} = a_{22} = 1$ ,  $z_0 = 10$ . (див. Рис. 6-7)

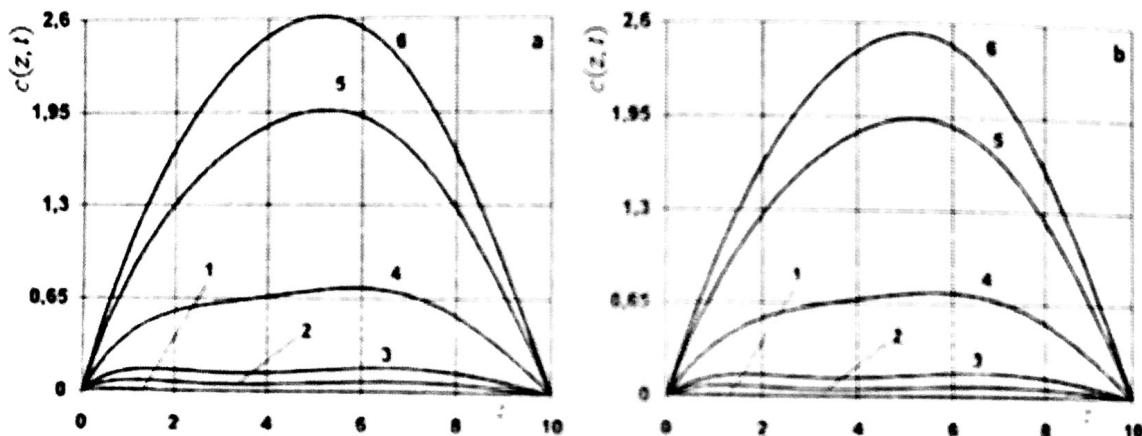


Рис. 6. Розподіли сумарної концентрації домішки з рівномірним розподілом для різних часів  $t = 0.1; 0.8; 2; 10; 40; 100$  (криві 1-6) для  $\alpha = 0.25$  (а) та  $\alpha = 0.91$  (б)

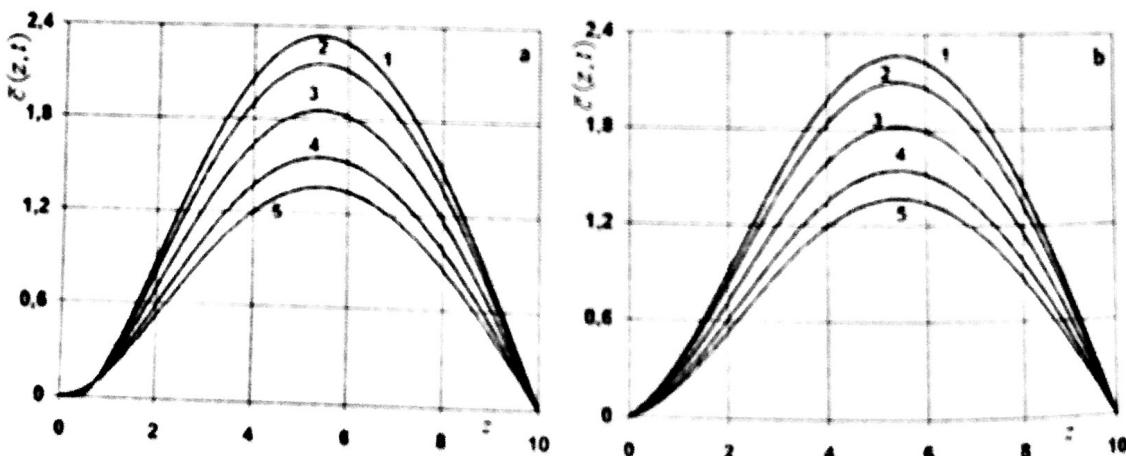


Рис. 7. Розподіли сумарної концентрації домішкової речовини  $\bar{c}(z,t)$  з трикутним розподілом за різних значень для різних  $\alpha = 0.1; 0.25; 0.5; 0.75; 0.91$  (криві 1-5) при  $d = 0.1$  (а) та  $d = 0.95$  (б)

Таким чином, для системи рівнянь гетеродифузії двома шляхами, подану у матричному вигляді, означене матричну функцію Гріна для краївих умов першого роду. Отримано формули для елементів матриці Гріна та досліджено поведінку функцій Гріна. Встановлено, що кількісне співвідношення між функціями Гріна у різних станах визначається співвідношеннями коефіцієнтів типу «сорбції-десорбції». При цьому на швидкість спадання функцій Гріна до значень в околі нуля суттєво впливають співвідношення коефіцієнтів дифузії на різних шляхах міграції та час протікання процесу гетеродифузії.

Отримані вирази для функцій Гріна застосовано для знаходження розв'язків краївих задач гетеродифузії домішкової речовини за дії внутрішнього точкового джерела маси. Розглянуто випадки як детермінованих джерел, так і стохастичних за рівномірного та трикутного розподілів координат розташування джерела. Встановлено, що усереднення функцій концентрацій за координатою розташування точкового джерела маси з рівномірним розподілом приводить до зменшення у два рази кількості обчислювальних процедур при числовому аналізі розв'язків задач гетеродифузії домішкових частинок.

1. Stone M., Goldbart P. *Mathematics for Physics*. - Alexandria-Florence-London: PIMANDER-CASAUBON, 2008. - 919 p.
2. Polyanin A. D., Zaitsev V. F. *Handbook of Exact Solutions for Ordinary Differential Equations*. - Boca Raton: Chapman & Hall/CRC Press, 2003. - 802 p.
3. Polyanin A. D., Nazaikinskii V. E. *Handbook of Linear Partial Differential Equations for Engineers and Scientists*. - Chapman&Hall/CRC Press, 2016. - 1609 p
4. Свешников А. Г., Боголюбов А. Н., Кравцов В. В. *Лекции по математической физике*. – М.: Изд-во МГУ, 1993. - 352 с.
5. Бурак Я. Й., Чапля Є. Я., Чернуха О.Ю. *Континуально-термо-динамічні моделі механіки твердих розчинів*. – Київ, 2006. – 272 с.

Наукове видання

# **ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ МЕТОДИ І СИСТЕМИ ПЕРЕТВОРЕННЯ ІНФОРМАЦІЇ**

**Збірник праць п'ятої науково-технічної конференції  
4-5 жовтня 2018 р.  
у м. Львові**

**Відповідальний редактор - Воробель Р. А.**

Підписано до друку 12.09.2018 р. Формат 60x84/16.  
Папір офсетний. Друк на різографі з готових форм.  
Гарнітура Arial. Ум. друк. арк. 10,2. Зам. 0918/28. Наклад 100 прим.

Друк ФОП Стадник С.О.  
79034, Україна, м. Львів, вул. Навроцького, 69,  
тел. (38-032) 247-99-82,  
Свідоцтво держреєстру:  
серія В02, №967439 від 21.09.2009 р.